Prof. Dr. Alfred Toth

Ortsfunktionale Mengentheorie I

1. Wie bekannt, läßt sich die logische Basisrelation L = [0, 1], auf der auch die quantitative Mathematik beruht, vermöge Toth (2015a) auf ein Quadrupel der Form

$$L = [0, 1] \quad \rightarrow \begin{pmatrix} L_1 = [0, [1]] & L_2 = [[1], 0] \\ L_3 = [[0], 1] & L_4 = [1, [0]] \end{pmatrix}$$

abbilden. Einzige Voraussetzung ist ein Einbettungsoperator E, der als differentielles Tertium in L wirkt, der also die beiden Werte auf verschiedene Einbettungsstufen abbildet und sie somit aus ihrer juxtapositiven Linearität befreit. Wie in Toth (2015b) gezeigt wurde, führt E zu Zahlenfeldern, in denen statt der einen Peano-Zählweise drei ortsfunktionale Zählweisen unterschieden werden müssen.

1.1. Adjazente Zählweise

1.1.1. Zahlenfelder

0	1		1	0		1	0		0	1
Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø
		×			×				×	
Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø
0	1		1	0		1	0		0	1

1.1.2. Relationalzahlen

$R = (0_{\pm n}, 1_{\pm m})$

1.2. Subjazente Zählweise

1.2.1. Zahlenfelder

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset \\
1 & \emptyset & & \emptyset & 1 & & \emptyset & 1 & & 1 & \emptyset \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
1 & \emptyset & & \emptyset & 1 & & \emptyset & 1 & & 1 & \emptyset \\
0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset
\end{array}$$

1.2.2. Relationalzahlen

$R = (0_{\pm n}, 1_{\pm m})$

1.3. Transjazente Zählweise

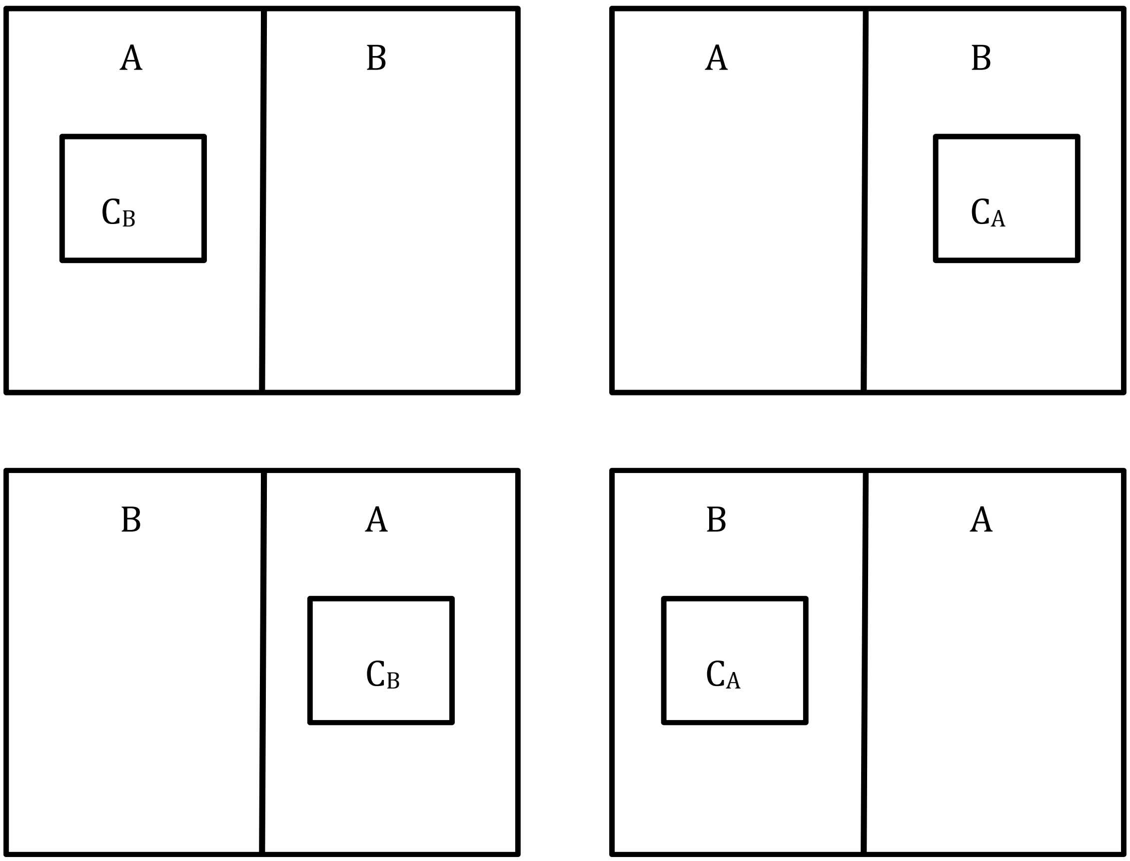
1.3.1. Zahlenfelder

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset \\
\emptyset & 1 & & 1 & \emptyset & & 1 & \emptyset & & \emptyset & 1 \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset & 1 & & 1 & \emptyset & & 1 & \emptyset & & \emptyset & 1 \\
0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset
\end{array}$$

2.3.2. Relationalzahlen

$R = ((0_{\pm n}, 1_{\pm n}), (0_{\pm n}, 1_{\pm m}))$

2. Man kann nun, wie bereits in Toth (2015c) angedeutet, einen entscheidenden Schritt von der ortsfunktionalen Arithmetik zu einer ortsfunktionalen Mengentheorie gehen. Gegeben seien zwei Mengen A und B und eine Teilmenge C, die entweder zu A oder zu B gehören kann. Dann erhält man wiederum ein Quadrupel der Form



mit den zugehörigen mengentheoretischen Relationen

$R_1 = [[C_B \subset A], B]$

$R_2 = [A, [C_A \subset B]]$

$R_3 = [B, [C_B \subset A]$

$R_4 = [[C_A \subset B, A]$.

Vermöge Kapitel 1 gilt somit ebenfalls

$R_1 = [[x_1 \subset 0], B]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]]$

$R_3 = [1, [x_1 \subset 0]]$

$R_4 = [[x_0 \subset 1], 0]$,

sofern 0 und 1 als Mengen eingeführt werden. Man erhält also für die Durchschnittsoperation

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cap R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] = [[[x_1 \subset 0], 1], [0, [x_0 \subset 1]]]$

$\mathbf{R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cap R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[[x_1 \subset 0], 1, [x_1 \subset 0]]]}$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cap R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[[x_1 \subset 0], 1], [[x_0 \subset 1], 0]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cap R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[0, [x_0 \subset 1]], [1, [x_1 \subset 0]]]$

$\mathbf{R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cap R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[0, [x_0 \subset 1], 0]]}$

$R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] \cap R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[1, [x_1 \subset 0]], [[x_0 \subset 1], 0]]$

und für die Vereinigungsoperation

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cup R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] = [[[x_1 \subset 0], 1], [0, [x_0 \subset 1]]]$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cup R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[[x_1 \subset 0], 1], [1, [x_1 \subset 0]]]$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cup R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[[x_1 \subset 0], 1], [[x_0 \subset 1], 0]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cup R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[0, [x_0 \subset 1]], [1, [x_1 \subset 0]]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cup R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[0, [x_0 \subset 1]], [[x_0 \subset 1], 0]]$

$R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] \cup R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[1, [x_1 \subset 0]], [[x_0 \subset 1], 0]]$.

Literatur

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Konvexität und Nichtkonvexität von Enklaven und Exklaven. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

30.6.2015